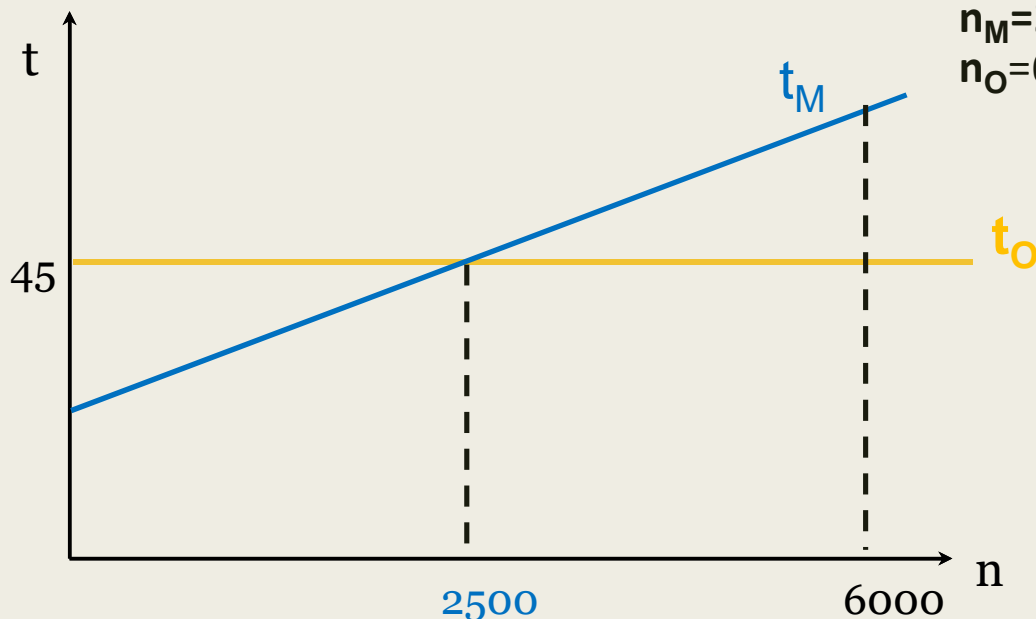


Zadanie 6. Każdego ranka 6000 osób chce jak najszybciej przejechać z południowej części miasta do północnej. Wszyscy poruszają się samochodami, wybierając jedną z dwóch tras: drogę przez miasto lub obwodnicę. Obwodnica jest oczywiście dłuższa, ale dzięki swojej przepustowości nie jest nigdy bardzo zatłoczona. Wybierając obwodnicę można dojechać z południa na północ w 45 min. Czas przejazdu przez miasto jest uzależniony od zatłoczenia. Można to przedstawić następującą funkcją: $t_M = 20 + n/100$, gdzie t - czas dojazdu w minutach, n - liczba użytkowników drogi przez miasto.

a) Ile osób pojedzie przez miasto, a ile obwodnicą?

Jeśli któraś z dróg jest szybsza, to każdy chciałby jechać właśnie nią $\Rightarrow t_M = t_O \Rightarrow 20 + n/100 = 45$

$n_M = 2500$ - tyle osób pojedzie przez miasto
 $n_O = 6000 - 2500 = 3500$ - tyle osób pojedzie obwodnicą



b) Ile łącznie czasu będą spędzali mieszkańcy w ciągu dnia na dojazd z południa na północ?

$F(n)$ - łączny czas porannej podróży wszystkich mieszkańców

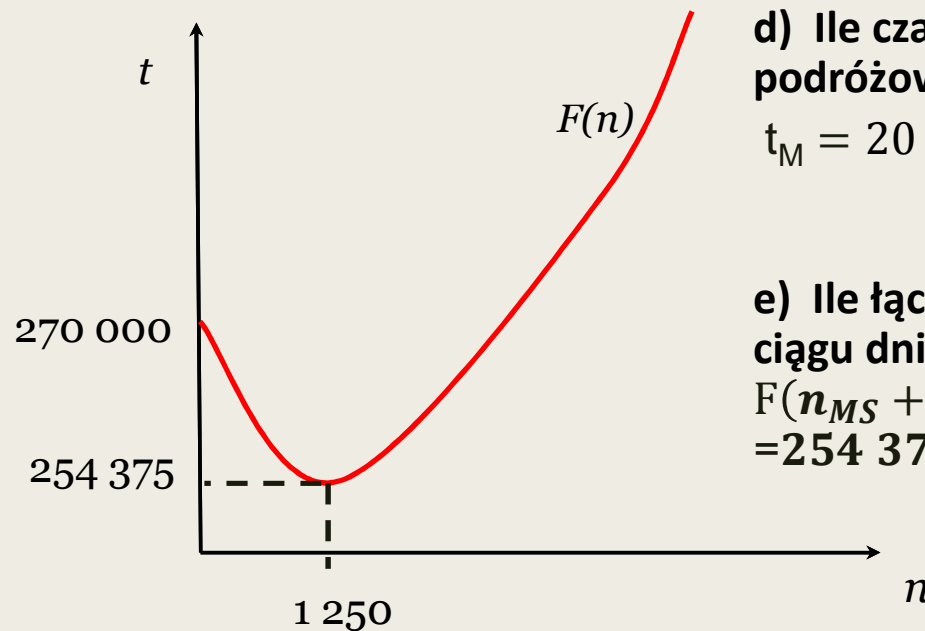
$$F(n_M + n_O) = (2500 + 3500) * 45 = 270\,000 \text{ min} \Rightarrow 4500 \text{ h}$$

c) Ile osób powinno pojechać przez miasto, aby łączny czas porannej podróży wszystkich mieszkańców był zminimalizowany.

$$F(n) = \text{obwodnica} + \text{miasto} = (6000 - n) * 45 + \left(20 + \frac{n}{100}\right) * n = 270000 - 45n + 20n + \frac{n^2}{100}$$

$$= \frac{n^2}{100} - 25n + 270000$$

$$F'(n) = \frac{n}{50} - 25 = 0 \Rightarrow n_{MS} = 1250 - \text{ optymalna liczba użytkowników drogi przez miasto}$$



d) Ile czasu w nowych warunkach będzie podróżować osoba jadąca przez miasto?

$$t_M = 20 + \frac{n}{100} = 20 + \frac{1250}{100} = 32,5 \text{ min}$$

e) Ile łącznie czasu będą spędzali mieszkańcy w ciągu dnia na dojazd?

$$F(n_{MS} + n_{OS}) = (6000 - 1250) * 45 + 32,5 * 1250 = 254 375 \text{ min} \Rightarrow \sim 4 240 \text{ h}$$

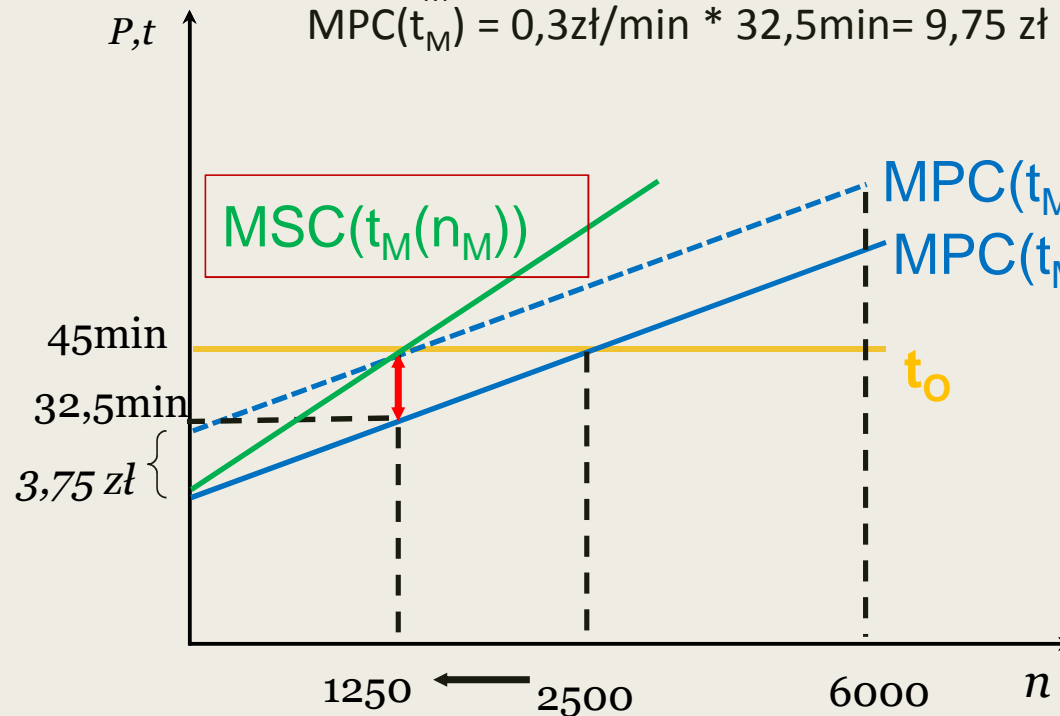
f) Specjaliści z Warszawskiego Ośrodka Ekonomii Ekscentrycznej wycenili wartość czasu podróży przeciętnego mieszkańca na 30gr za minutę. Ile powinna wynieść opłata za przejazd przez miasto, która minimalizowałaby łączny czas podróży wszystkich mieszkańców?

$PT(Q_p) = [MSC(Q_s) - MPC(Q_s)] * [Q_p - Q_s]$ - opłata za przejazd przez miasto

Wartość czasu poświęconego na przejazd przez miasto:

$MSC(t_M) = 0,3\text{zł}/\text{min} * 45\text{min} = 13,5\text{zł}$

$MPC(t_M) = 0,3\text{zł}/\text{min} * 32,5\text{min} = 9,75\text{zł}$



Stawka opłaty/podatku:

$MEC = 0,3\text{zł}/\text{min} * \frac{1250}{100} = 3,75\text{zł}$

lub $MEC = 0,3\text{zł}/\text{min} * \frac{270000 - 254375}{1250} = 3,75$

lub $MEC = 0,3\text{zł}/\text{min} * (45\text{min} - 32,5\text{min}) = 3,75$

lub $MEC = 13,5\text{zł} - 9,75\text{zł} = 3,75$

lub $0,3 * t_M + MEC = 0,3 * t_0$

Taka opłata za przejazd przez miasto minimalizowałaby łączny czas podróży wszystkich mieszkańców

$PT = 3,75 * (n - 1250)$

g) Kto straci na wprowadzeniu opłaty? Czy odpowiedź ta uzależniona jest od tego, w jaki sposób wpływy z opłat będą redystrybuowane wśród mieszkańców?

Przy opłacie 3,75 zł kierowcom obojętne będzie czy pojadą przez miasto czy obwodnicą, ponieważ ich koszt będzie taki sam.

Dla tych co jeżdżą miastem – płacą 13,5zł, ale jadą 32,5min zgodnie z $MSC=MSB$.
Dla tych co jeżdżą obwodnicą – nie płacą, ale jadą 45min

Jeśli wpływy z podatku zostaną zwrócone mieszkańcom (choćby częściowo), to może nastąpić poprawa w sensie Pareto (nawet jeśli opłaty nie będą redystrybuowane po równo wśród wszystkich kierowców).

Jeśli wpływy z podatku pójdą na obsługę operatora (koszty i zyski), nikt nie straci, gdyż łączny koszt (czas i pieniądze) odpowiada zawsze stracie 45min:

koszt przejazdu przez miasto= $MPC+MEC = MSC$ =koszt straconego czasu przy jeździe obwodnicą

Wniosek: nikt na tym nie straci